

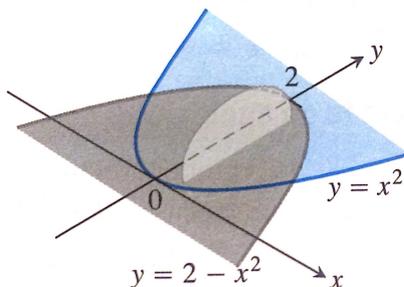
Universidade Federal de Campina Grande - UFCG
Unidade Acadêmica de Matemática - UAMat

Disciplina: *Cálculo II*

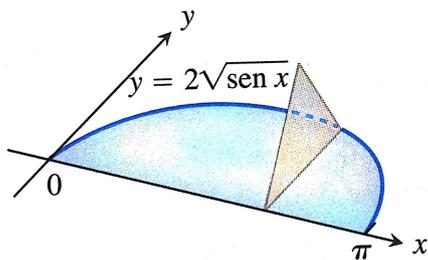
Professor: *Jefferson Abrantes*

Lista de Exercícios para a Segunda Avaliação

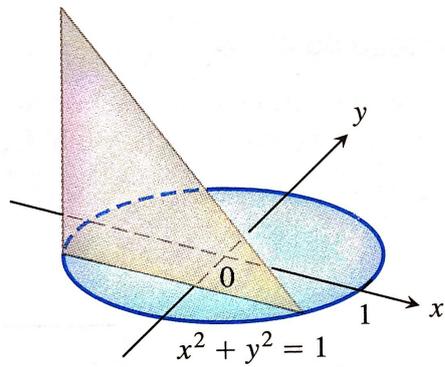
1. O sólido está situado entre planos perpendiculares ao eixo x em $x = -1$ e $x = 1$. As seções transversais perpendiculares ao eixo x são discos circulares cujos diâmetros se estendem da parábola $y = x^2$ à parábola $y = 2 - x^2$.



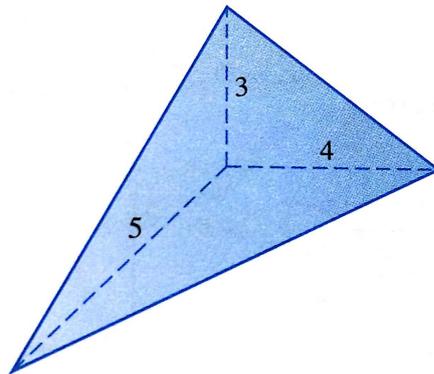
2. A base de um sólido é a região entre a curva $y = 2\sqrt{\sin x}$ e o intervalo $[0, \pi]$ no eixo x . As seções transversais perpendiculares ao eixo x são:
 - a. triângulos equiláteros com bases que se estendem do eixo x à curva, como mostra a figura a seguir.



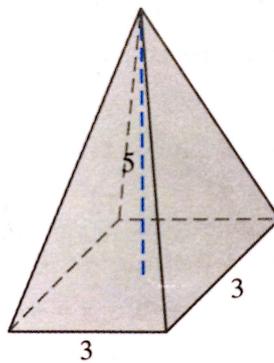
- b. quadrados com bases que se estendem do eixo x à curva.
3. A base do sólido é o disco $x^2 + y^2 \leq 1$. As seções transversais por planos perpendiculares ao eixo y entre $y = -1$ e $y = 1$ são triângulos retângulos isósceles com um cateto no disco.



4. Determine o volume de tetraedro dado. (Sugestão: considere fatias perpendiculares às bordas rotuladas.)

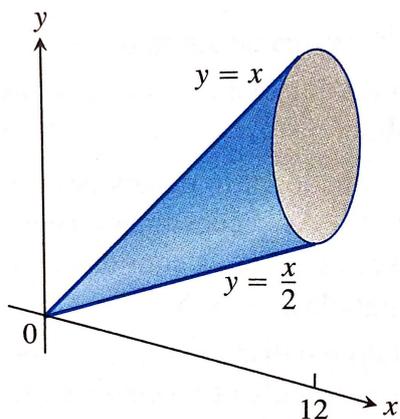


5. Determine o volume da pirâmide dada, que tem uma base quadrada de área 9 e altura 5.



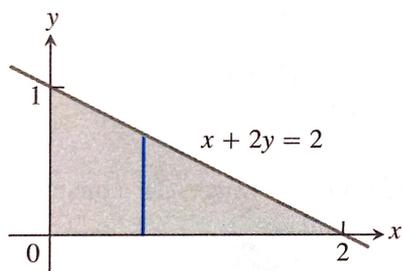
6. Um sólido está situado entre planos perpendiculares ao eixo x em $x = 0$ e $x = 12$. As seções transversais perpendiculares ao eixo x são discos

circulares cujos diâmetros vão da reta $y = x/2$ à reta $y = x$, conforme mostra a figura a seguir. Determine o volume deste sólido.

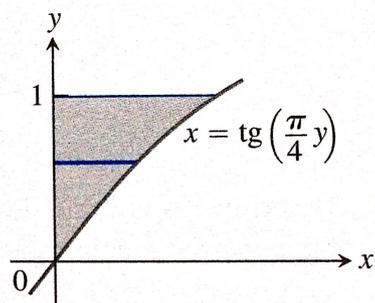


7. Determine o volume do sólido obtido com a rotação da região sombreada em torno do eixo dado.

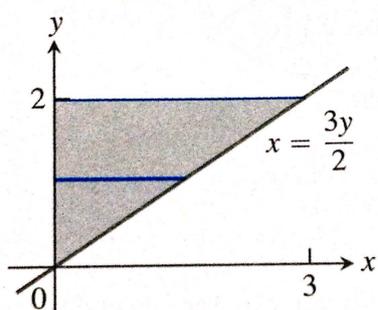
a). Em torno do eixo x .



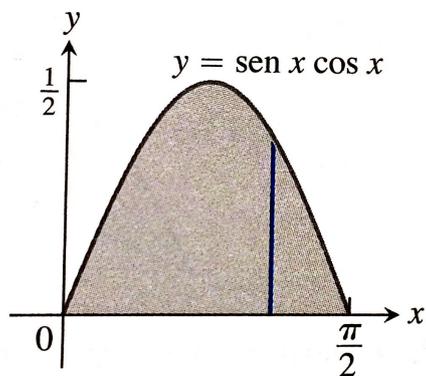
c). Em torno do eixo y .



b). Em torno do eixo y .



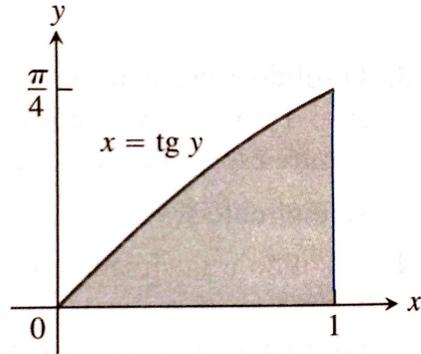
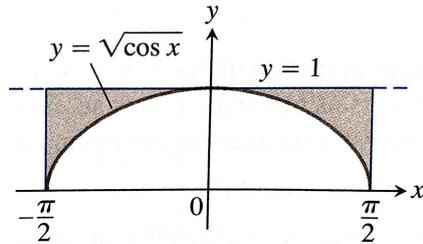
d). Em torno do eixo x .



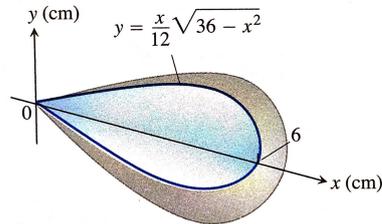
8. Determine o volume dos sólidos obtidos com a rotação das regiões sombreadas em torno dos eixos indicados.

a). O eixo x .

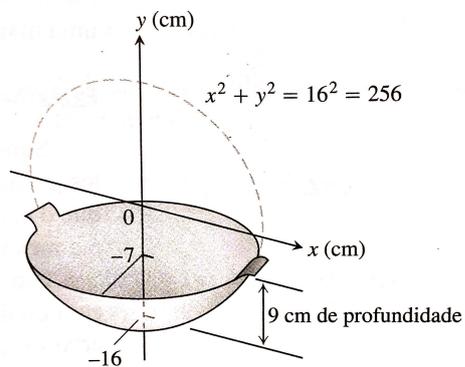
b). O eixo y .



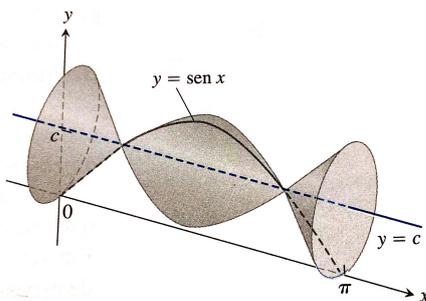
9. Você é o encarregado de projetar um peso de latão para prumo que pesará aproximadamente $190g$, e decide concebê-lo como o sólido de revolução mostrado aqui. Determine o volume do peso. Se você especificar um latão com densidade $8,5g/cm^3$, qual será o peso em gramas do prumo (arredonde para o inteiro mais próximo)?



10. Você está projetando uma frigideira que terá o formato de uma tigela esférica com alças. Ao fazer uma experimentação em casa, percebe que conseguirá um modelo com cerca de $3l$ de capacidade, se a profundidade for de $9m$ e o raio da esfera, $16m$. Para ter certeza, você desenha a frigideira como um sólido de revolução, como se vê na figura, e calcula seu volume com uma integral. Arredondando para o inteiro mais próximo, qual será o volume obtido em cm^3 ? ($1l = 1000cm^3$.)



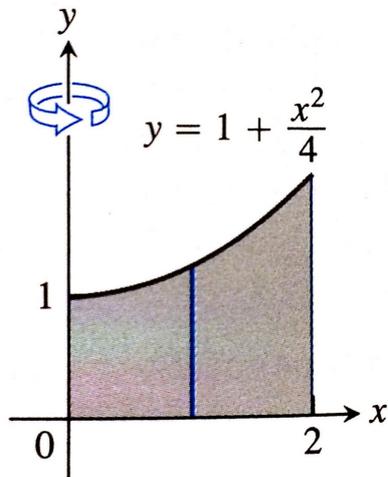
11. O arco $y = \text{sen}x$, $0 \leq x \leq \pi$ gira em torno da reta $y = c$, $0 \leq c \leq 1$, para gerar o sólido da figura a seguir.



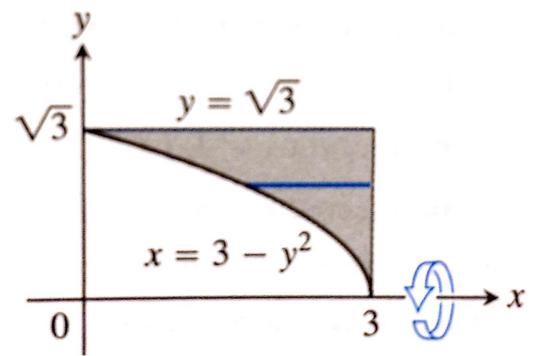
Determine o valor de c que minimiza o volume do sólido. Qual é o volume mínimo?

12. Use o método da casca para determinar os volumes dos sólidos obtidos com a rotação das regiões sombreadas em torno dos eixos indicados.

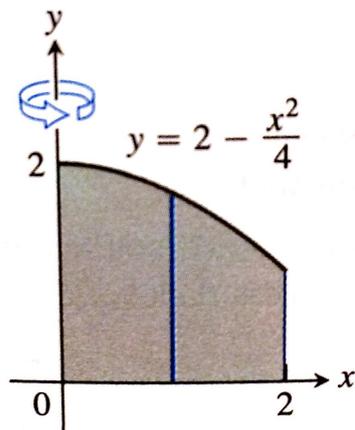
a).



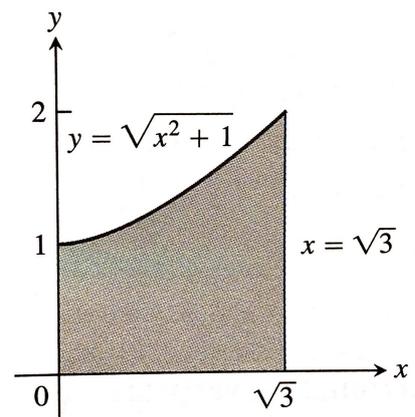
d).



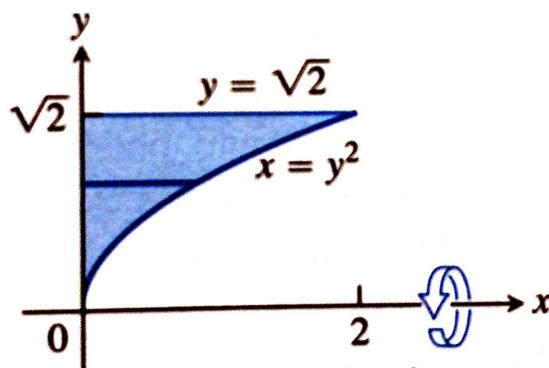
b). Em torno do eixo y .



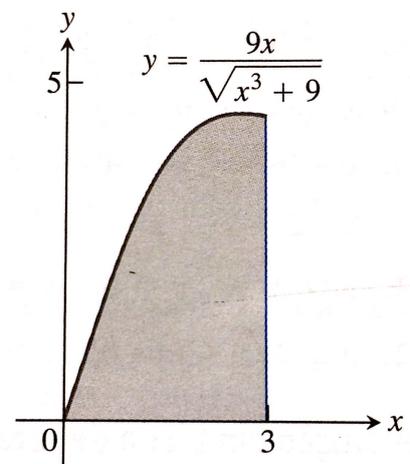
e). Em torno do eixo y .



c).



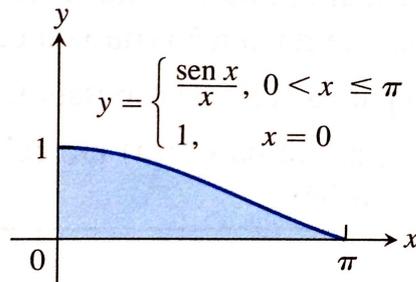
d). Em torno do eixo y .



13. Seja $f(x) = \begin{cases} (\text{sen}x)/x, & 0 < x \leq \pi \\ 1, & x = 0. \end{cases}$

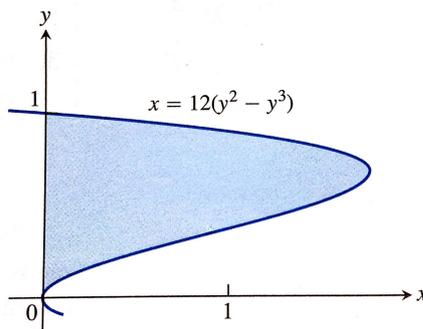
a). Mostre que $xf(x) = \text{sen}x, 0 \leq x \leq \pi$.

b). Determine o volume do sólido obtido com a rotação da região sombreada em torno do eixo y na figura a seguir.

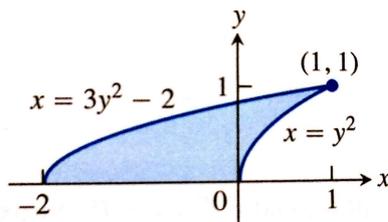


14. Use o método da casca para determinar o volume dos sólidos obtidos com a rotação das regiões sombreadas em torno dos eixos indicados.

- a). O eixo x . c). A reta $y = 8/5$
 b). A reta $y = 1$. d). A reta $y = -2/5$.



15. A região apresentada aqui gira em torno do eixo x para gerar um sólido. Qual método (do disco, do anel, da casca) você usaria para determinar o volume do sólido? Quantas integrais seriam necessárias em cada caso? Explique.



16. Determine o comprimento das curvas abaixo:

a). $y = (1/3)(x^2 + 2)^{3/2}$ de $x = 0$ a $x = 3$. d). $y = (3/4)x^{4/3} - (3/8)x^{2/3} + 5$, $1 \leq x \leq 8$.

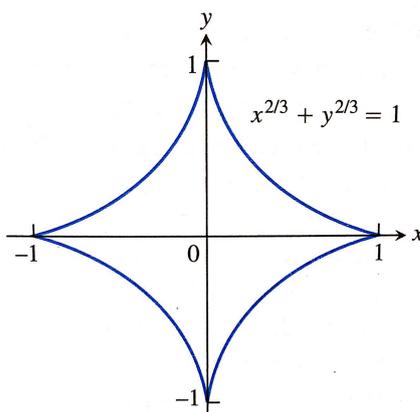
b). $x = (y^3/3) + 1/(4y)$ de $y = 1$ a $y = 3$. e). $y = \int_{-2}^x \sqrt{3t^4 - 1} dt$, $-2 \leq x \leq -1$

c). $x = (y^4/4) + 1/(8y^2)$ de $y = 1$ a $y = 2$. f). $x = \text{sen}y$, $0 \leq y \leq \pi$.

17. O gráfico da equação $x^{2/3} + y^{2/3} = 1$ faz parte de um família de curvas chamadas *astroides* por causa de sua aparência de estrela (veja a figura abaixo). Determine o comprimento desse astroide em particular, determinando o comprimento de meio pedaço do primeiro quadrante,

$$y = (1 - x^{2/3})^{3/2}, \quad \sqrt{2}/4 \leq x \leq 1,$$

e multiplique por 8.

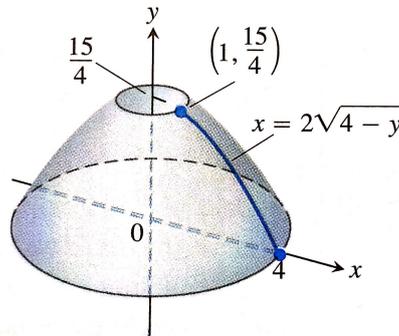


18. Se $9x^2 = y(y - 3)^2$, mostre que

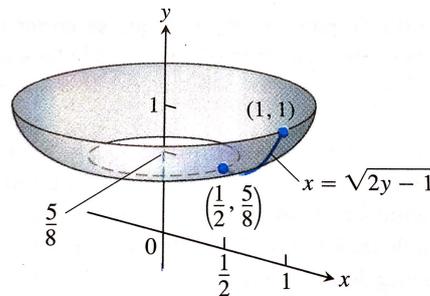
$$ds^2 = \frac{(y + 1)^2}{4y} dy^2.$$

19. Determine as áreas das superfícies geradas pela rotação das curvas dadas, em torno dos eixos indicados.

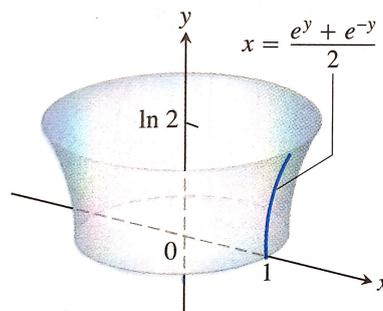
a). $x = 2\sqrt{4 - y}$, $0 \leq y \leq 15/4$; eixo y .



b). $x = \sqrt{2y - 1}$, $5/8 \leq y \leq 1$; eixo y .

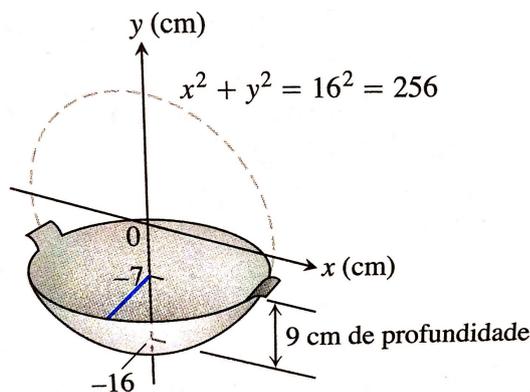


c). $x = (e^y + e^{-y})/2$, $0 \leq y \leq \ln 2$; eixo y .



20. Demonstre que a área de superfície de uma esfera de raio a é $4\pi a^2$. Para isto, basta determinar a área da superfície gerada pela rotação da curva $y = \sqrt{a^2 - x^2}$ $-a \leq x \leq a$, em torno do eixo x .
21. Sua empresa decidiu lançar uma versão de luxo da frigideira que você projetou. O plano é esmaltá-la de branco por dentro e de azul por fora. A camada de esmalte terá $0,5\text{mm}$ de espessura antes de ir ao forno. O departamento de produção quer saber a quantidade de esmalte que

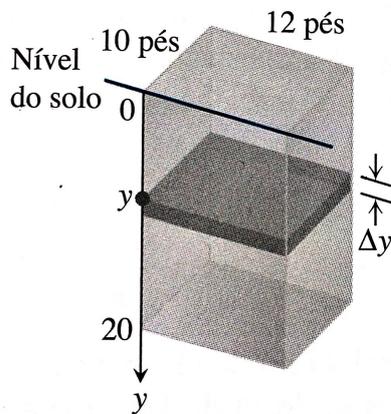
precisará dispor para produzir 5000 frigideiras. O que você diria a eles? (Ignore o desperdício e a matéria-prima não utilizada; dê a sua resposta em litros. Lembre-se de que $1\text{cm}^3 = 1\text{ml}$, logo $1\text{l} = 1000\text{cm}^3$.)



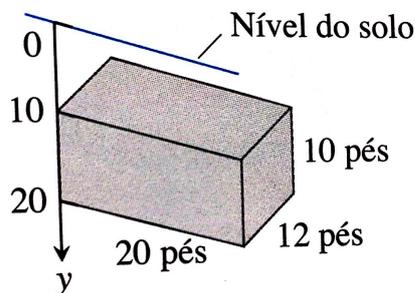
22. Usando o exercício 20, determine a área da superfície gerada pela rotação em torno do eixo x do primeiro quadrante do astroide, dado por

$$y = (1 - x^{2/3})^{3/2}, \quad 0 \leq x \leq 1.$$

23. (**Bombeamento de água**) O tanque retangular mostrado aqui, com o seu topo ao nível do solo, é usado para captar água pluvial. Considere que o peso específico da água seja $62,4 \text{ lb/pé}^3$.
- Quando o tanque estiver cheio, quanto trabalho será necessário para esvaziá-lo bombeando a água de volta ao nível do solo?
 - Se a água for bombeada para o nível do solo com motor de $(5/11)$ HP (potência 250 pés-lb/s), quanto tempo levará para esvaziar o tanque cheio (arredonde para o minuto mais próximo)?
 - Mostre que a bomba no item (b) reduzirá o nível de água em 10 pés (metade) durante os primeiros 25 min de bombeamento.
 - Peso da água** Quais são as respostas para os itens (a) e (b) em um local onde o peso específico da água seja $62,26 \text{ lb/pé}^3$? E $62,59 \text{ lb/pé}^3$?



24. (**Esvaziamento de uma cisterna**) A cisterna (tanque para armazenamento da água pluvial) apresentada tem seu topo a 10 pés abaixo do nível do solo. Atualmente cheia, deverá ser esvaziada para inspeção por bombeamento de seu conteúdo até o nível do solo.
- Quanto trabalho será necessário para esvaziar a cisterna?
 - Quanto tempo levará para esvaziar o tanque usando uma bomba com potência de $1/2$ HP, a uma taxa de 275 pés-lb/s?
 - Quanto tempo a bomba do item (b) levará para esvaziar o tanque até a metade? (Será menos do que a metade do tempo necessário para esvaziar o tanque completamente).
 - Peso da água** Quais são as respostas para os itens (a) a (b) em um local onde o peso específico da água seja $62,26 \text{ lb/pé}^3$? E $62,59 \text{ lb/pé}^3$?



Bons Estudos!