Universidade Federal de Campina Grande - UFCG
Unidade Acadêmica de Matemática - UAMat

Disciplina: *Cálculo II (Novo)*

Professor: *Jefferson Abrantes*

Lista de Exercícios para a Primeira avaliação

1. Calcule as integrais usando integração por partes:

$a).\ \displaystyle\int x.sen\frac{x}{2}\,dx.\qquad d).\ \displaystyle\int x.\ln x\,dx.$

$b).\ \displaystyle\int x.e^{3x}\,dx.\qquad e).\ \displaystyle\int e^{\theta}sen\theta\,d\theta.$

$c).\ \displaystyle\int x^2.e^{-x}\,dx.\qquad f).\ \displaystyle\int (r^2+r+1)e^r\,dr.$

2. **(Determinação de área)** Determine a área da região delimitada pela curva

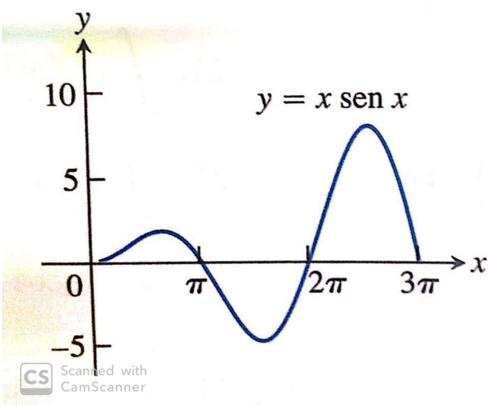
$$y = x.senx$$

e pelo eixo das abscissas (veja a figura a seguir) para:

$a).\ 0 \leq x \leq \pi;$

$b).\ \pi \leq x \leq 2\pi;$

$c).\ 2\pi \leq x \leq 3\pi.$



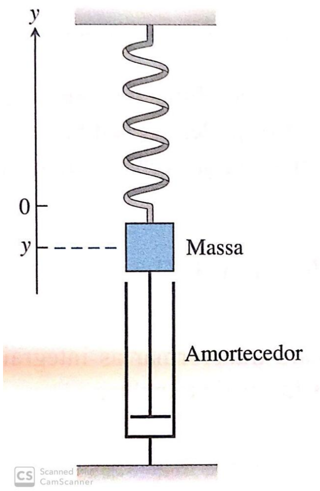
.

3. **Valor médio** Uma força de retardamento, simbolizada pelo amortecedor na figura a seguir, freia o movimento da massa presa á mola, de modo que a posição da massa no instante t é

$$y(t) = 2e^{-t}cost,\ t \geq 0.$$

Calcule o valor médio de y no intervalo $0 \leq t \leq 2\pi$, dado por:

$$V_M = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} 2e^{-t}cost\, dt.$$



4. Calcule as integrais:

a). $\int cos2x\, dx.$

b). $\int cos^2x\, dx.$

c). $\int cos^3x.senx\, dx.$

d). $\int sen^2x\, dx.$

e). $\int sen^3x\, dx.$

f). $\int_0^{\pi/2} sen^2\theta.cos^3 2\theta\, d\theta.$

5. Calcule as integrais:

a). $\int_0^{2\pi} \sqrt{\frac{1-cosx}{2}}\, dx.$

b). $\int_0^{\pi} \sqrt{1-sen^2t}\, dt.$

c). $\int_{\pi/2}^{3\pi/4} \sqrt{1-sen2x}\, dx.$

6. Calcule as integrais:

   $a).\ \int sen3x.cos2x\,dx.$

   $b).\ \int_{-\pi}^{\pi} sen3x.sen3x\,dx.$

   $c).\ \int_{-\pi/2}^{\pi/2} cosx.cos7x\,dx.$

7. Calcule as integrais:

   $a).\ \int \frac{3\,dx}{\sqrt{1+9x^2}}.$ $\qquad d).\ \int_0^{3/2} \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}}.$

   $b).\ \int \sqrt{1-9t^2}\,dt.$ $\qquad e).\ \int_{-2}^{2} \frac{dx}{4+x^2}.$

   $c).\ \int \frac{2\,dx}{x^2\sqrt{x^2-1}},\ x>1.$ $\qquad f).\ \int \frac{\sqrt{y^2-49}}{y}\,dy,\ y>7.$

8. Determine a área da região no primeiro quadrante que é delimitada pelos eixos coordenados e pela curva $y=\sqrt{9-x^2}/3$.

9. Determine a área delimitada pela elipse

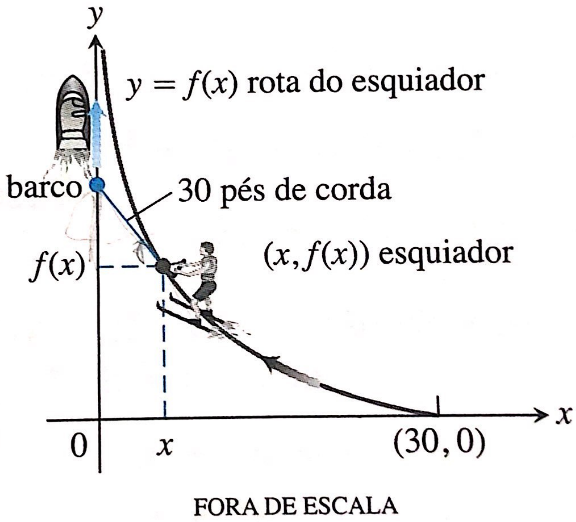
$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1.$$

10. Considerando a região delimitada pelos gráficos de $y=sen^{-1}x$, $y=0$ e $x=1/2$, determine a área desta região.

11. Suponha que um barco tenha sido posicionado na origem com um esquiador amarrado ao barco no ponto $(30,0)$ com uma corda de 30 pés de comprimento. Á medida que o barco viaja ao longo do eixo das ordenadas positivo, o esquiador é puxado pelo barco ao longo de um caminho desconhecido $y=f(x)$, como mostra a figura a seguir.

    $a)$. Mostre que $f'(x)=\frac{-\sqrt{900-x^2}}{x}$. (Dica: suponha que o esquiador esteja sempre voltado na direção do barco e que a corda esteja em uma reta tangente ao caminho $y=f(x)$).

    $b)$. Resolva a equação do item (a) para $f(x)$, usando $f(30)=0$.



12. Decomponha os quocientes das funções racionais abaixo em frações parciais:

    a). $\dfrac{5x-13}{(x-3)(x-2)}$;

    b). $\dfrac{x+4}{(x+1)^2}$;

    c). $\dfrac{z+1}{z^2(z-1)}$;

    d). $\dfrac{z}{z^3-z^2-6z}$.

13. Expresse os integrandos como soma de frações parciais e calcule as integrais:

    a). $\displaystyle\int \frac{dx}{(x^2-1)^2}$.

    b). $\displaystyle\int \frac{t^2}{(t-1)(t^2+2t+1)}\,dt$.

    c). $\displaystyle\int_0^1 \frac{dx}{(x+1)(x^2+1)}$.

    d). $\displaystyle\int \frac{y^2+2y+1}{(y^2+1)^2}\,dy$.

    e). $\displaystyle\int \frac{8x^2+8x+2}{(4x^2+1)^2}\,dx$.

    f). $\displaystyle\int \frac{2s+2}{(s^2+1)(s-1)^3}\,ds$

14. Muitas reações químicas são o resultado da interação de duas moléculas que sofrem modificações para produzir um novo produto. A velocidade

da reação depende, em geral, da concentração dos dois tipos de moléculas. Se a é a quantidade da substância A e b é quantidade da substância B no tempo $t = 0$, sendo x a quantidade do produto no instante t, então a velocidade de formação de x pode ser dada pela equação diferencial

$$\frac{dx}{dt}(t) = k(a - x(t))(b - x(t)), \ t \geq 0$$

ou

$$\int \frac{1}{(a-x)(b-x)}\, dx = \int k\, dt,$$

onde k é uma constante para a reação. Resolvendo a integral de ambos os lados dessa equação, obtenha uma relação entre x e t **(a)** se $a = b$ e **(b)** se $a \neq b$. Em ambos os casos. considere que $x = 0$ quando $t = 0$.

15. Calcule as integrais:

    $a)$. $\displaystyle\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^2+1}$. $\quad d)$. $\displaystyle\int_0^{1} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$.

    $b)$. $\displaystyle\int_0^{1} \frac{dx}{\sqrt{x}}$. $\quad e)$. $\displaystyle\int_{-\infty}^{-2} \frac{2dx}{x^2-1} dx$.

    $c)$. $\displaystyle\int_{-1}^{1} \frac{dx}{x^{2/3}}$. $\quad f)$. $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{2xdx}{(x^2+1)^2}$.

16. Utilize o teste da comparação direta ou o teste da comparação no limite para testar as integrais quanto à convergência.

    $a)$. $\displaystyle\int_0^{\pi/2} tg\theta\ d\theta$. $\quad d)$. $\displaystyle\int_0^{ln2} x^{-2}e^{-1/x}dx$. $\quad g)$. $\displaystyle\int_2^{\infty} \frac{dx}{lnx}$.

    $b)$. $\displaystyle\int_{\pi}^{\infty} \frac{1+senx}{x^2}dx$. $\quad e)$. $\displaystyle\int_0^{1} \frac{dt}{t-sent}dx$. $\quad h)$. $\displaystyle\int_1^{\infty} \frac{e^x dx}{x}$.

    $c)$. $\displaystyle\int_0^{\pi} \frac{sen\theta\ d\theta}{\sqrt{\pi-\theta}}$. $\quad f)$. $\displaystyle\int_2^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}}$. $\quad i)$. $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^4+1}}$.

17. Assuma que N é a dimensão de um espaço vetorial X. Determine os valores de $p > 0$ para que a integral imprópria

    a). $\displaystyle\int_1^{\infty} \frac{s^{\frac{1}{p}}}{s^{1+\frac{1}{N}}}ds$ divirja.

    b). $\displaystyle\int_0^{1} \frac{s^{\frac{1}{p}}}{s^{1+\frac{1}{N}}}ds$ convirja.

Agora, utilizando os itens (a) e (b) conclua para que valores de $p > 0$ a função

$$f_p(t) = \int_0^t \frac{s^{\frac{1}{p}}}{s^{1+\frac{1}{N}}} ds, \ t > 0,$$

está bem definida no espaço X, de modo que

$$\lim_{t \to +\infty} f_p(t) = +\infty.$$

Bons Estudos!